

我是8位的

I am 8 bits, what about you?

随笔 - 205, 文章 - 0, 评论 - 103, 阅读 - 101万

导航

博客园

首页

新随笔

联系

订阅

管理

<

2022年3月

>

日	一	二	三	四	五	六
27	28	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	1	2
3	4	5	6	7	8	9

公告

你的支持是我的动力

欢迎关注微信公众号“我是8位的”



昵称：我是8位的

园龄：4年7个月

粉丝：288

关注：5

+加关注

盖楼抽奖

#她的梦想在发光#

HWD科技女性故事有奖征集

分享最打动你的科技女性故事

活动时间：2022年3月8日-3月18日

马上参与



搜索

找找看

谷歌搜索

常用链接

我的随笔

我的评论

我的参与

最新评论

我的标签

积分与排名

积分 - 457097

排名 - 1198

单变量微积分笔记4——导数4（反函数的导数）

什么是反函数

一般地，设函数 $y=f(x)(x\in A)$ 的值域是 C ，若找得到一个函数 $g(y)$ 在每一处 $g(y)$ 都等于 x ，这样的函数 $x=g(y)(y\in C)$ 叫做函数 $y=f(x)(x\in A)$ 的反函数，记作 $y=f^{-1}(x)$ 。反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的定义域、值域分别是函数 $y=f(x)$ 的值域、定义域。最具有代表性的反函数就是对数函数与指数函数。

例1： $y=2x-1$ 的反函数是 $y=0.5x+0.5$

$y=2^x$ 的反函数是 $y=\log_2x$

例2：求函数 $3x-2$ 的反函数

$y=3x-2$ 的定义域为 R ,值域为 R 。

由 $y=3x-2$ 解得

$x=1/3(y+2)$

将 x,y 互换,则所求 $y=3x-2$ 的反函数是 $y=1/3(x+2)$

反函数的性质

这个厉害了，反函数一般具有以下几种性质：

- 1、互为反函数的两个函数的图象关于直线 $y=x$ 对称；
- 2、函数存在反函数的充要条件是，函数在它的定义域上是单调的；
- 3、一个函数与它的反函数在相应区间上单调性一致；
- 4、偶函数一定不存在反函数，奇函数不一定存在反函数。若一个奇函数存在反函数，则它的反函数也是奇函数。
- 5、一段连续的函数的单调性在对应区间内具有一致性；
- 6、严格增（减）的函数一定有严格增（减）的反函数【反函数存在定理】。
- 7、反函数是相互的
- 8、定义域、值域相反对应法则互逆
- 9、不是所有函数都有反函数如 $y=x$ 的偶次方（不满足第2条如 $y=x^2$ 在 $x\leq 0$ 时是递减的，在 $x\geq 0$ 时是递增的）
- 10、反函数的导数关系：如果 $X=F(Y)$ 在区间 I 上单调，可导，且 $F'(Y)$ 不等于0，那么他的反函数 $Y=F^{-1}(X)$ 在区间 $S=\{X|X=F(Y),Y\in I\}$ 内也可导，且 $[F^{-1}(X)]'=1/[F'(Y)]$ 。

反函数求导

用隐函数微分法可以求导任意反函数，只要我们知道原函数的导数。

示例1： $(\tan^{-1}x)'$

随笔分类 (211)

- ★★资源下载★★(1)
- Java并发编程(1)
- 程序员的数学(24)
- 单变量微积分(31)
- 多变量微积分(24)
- 概率(24)
- 机器学习(27)
- 软件设计(1)
- 数据分析(6)
- 数据结构与算法(27)
- 随笔(5)
- 线性代数(34)
- 项目管理(2)
- 转载(4)

随笔档案 (205)

- 2021年2月(1)
- 2020年3月(2)
- 2020年2月(6)
- 2020年1月(4)
- 2019年12月(7)
- 2019年11月(15)
- 2019年9月(3)
- 2019年8月(6)
- 2019年7月(1)
- 2019年6月(8)
- 2019年5月(3)
- 2019年4月(5)
- 2019年3月(7)
- 2019年2月(3)
- 2019年1月(7)
- 更多

阅读排行榜

- 1. 使用Apriori进行关联分析（一） (29768)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (28772)
- 3. FP-growth算法发现频繁项集（一）——构建FP树(24430)
- 4. 寻找“最好”（2）——欧拉-拉格朗日方程(23099)
- 5. 多变量微积分笔记3——二元函数的极值(22772)

评论排行榜

- 1. 隐马尔可夫模型（一） (8)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2（点积）(7)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集（一）——构建FP树(5)
- 5. 寻找“最好”（2）——欧拉-拉格朗日方程(4)

推荐排行榜

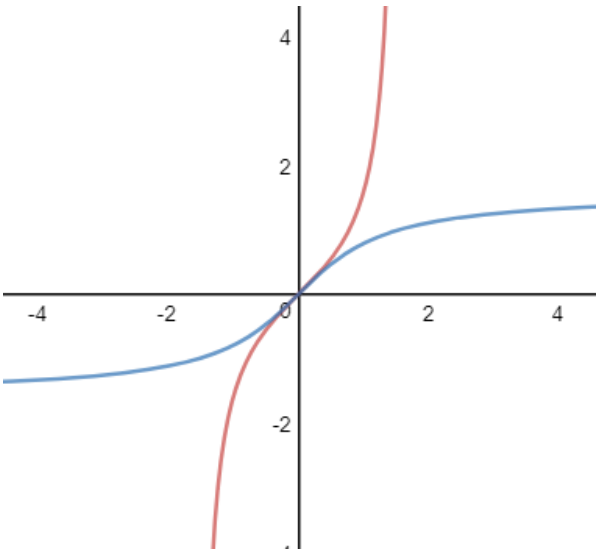
- 1. 寻找“最好”（2）——欧拉-拉格朗日方程(7)
- 2. FP-growth算法发现频繁项集（一）——构建FP树(7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2（点积）(6)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集（二）——发现频繁项集(5)
- 5. 隐马尔可夫模型（一） (5)

最新评论

- 1. Re:线性代数笔记3——向量2（点积）
如果点积小于0，即夹角小于90°，这个写错了吧。应该是夹角大于90°
--猫猫猫猫猫大人

$y = \tan^{-1}x = \arctan x$ ，定义域是 $(-\pi/2, \pi/2)$ ，值域是 $(-\infty, +\infty)$ ，原函数是 $\tan y = x$

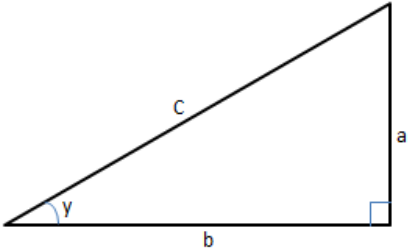
先来看图形，中间红色曲线是定义域是 $(-\pi/2, \pi/2)$ 时 $\tan x$ 的曲线，蓝色曲线是其对应的反函数 $y = \arctan x$



以下是 $y = \tan^{-1}x$ 求导过程：

上式等价于 $\tan y = x$ ，求导等价于对 $\tan y = x$ 求导。对隐函数 $\tan y = x$ 两侧同时求导：

$$\frac{d \tan y}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = 1 \quad (1)$$



在上图直角三角形中， $\tan y = a/b$ ， $\sin y = a/c$ ， $\cos y = b/c$ ，由此， $\tan y = \sin y / \cos y$ 。代入（1）：

$$\begin{aligned} \frac{d}{dy} \left(\frac{\sin y}{\cos y} \right) \cdot \frac{dy}{dx} &= 1 \\ \frac{(\sin y)'(\cos y) - (\sin y)(\cos y)'}{\cos^2 y} \cdot \frac{dy}{dx} &= 1 \\ \frac{(\cos)(\cos y) - (\sin y)(-\sin y)}{\cos^2 y} \cdot \frac{dy}{dx} &= 1 \\ \frac{\cos^2 y + \sin^2 y}{\cos^2 y} \cdot \frac{dy}{dx} &= 1 \quad (2) \end{aligned}$$

在上图直角三角形中， $\cos^2 y + \sin^2 y = (b/c)^2 + (a/c)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = 1$ ，代入（2）：

2. Re:线性代数笔记10——矩阵的LU分解写的很好，不过LU分解的前提是错的，LU分解只需要第三个条件，如果允许行置换就是下面写到的PLU，可以分解所有矩阵

--wiki3D

3. Re:单变量微积分笔记20——三角替换1 (sin和cos) 很nice

--尹保棕

4. Re:线性代数笔记24——微分方程和exp(At)

有些图片挂了呢

--ccchendada

5. Re:寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程

提个issue，最速降线中

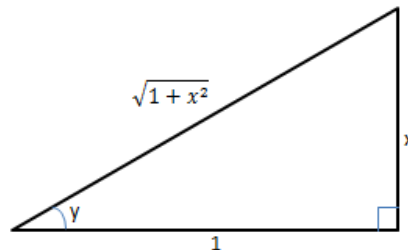
$v = \{2gh\}^{1/2}$ 与配图不一致，建议以起点为原点，向右伸出x轴，向下伸出y轴建立坐标系

--trustInU

$$\frac{1}{\cos^2 y} \cdot \frac{dy}{dx} = 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \cos^2 y$$

y是x的函数，我们需要将y替换成x，如果直接替换，将得到 $\cos^2(\tan^{-1}x)$ ，可以对其化简，但这很繁琐，所以还是回到直角三角形中考虑使用更简单化简的方法。



由于 $\tan y = x$ ，所以将直角三角形中的两个直角边分别设为x和1，这样就可以求得斜边，由此可以计算 $\cos y$ ：

$$(\arctan x)' = \frac{dy}{dx} = \cos^2 y = \left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right)^2 = \frac{1}{1+x^2}$$

示例2: $(\sin^{-1}x)'$

$$y = \sin^{-1}x \text{ 等价于 } \sin y = x$$

$$\frac{d \sin y}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

出处：微信公众号“我是8位的”

本文以学习、研究和分享为主，如需转载，请联系本人，标明作者和出处，非商业用途！

扫描二维码关注作者公众号“我是8位的”



分类: [单变量微积分](#)

标签: [导数](#), [反函数](#)

好文要顶

关注我

收藏该文

我是8位的

关注 - 5

粉丝 - 288

+加关注

0

推荐

0

反对

« 上一篇: [FP-growth算法发现频繁项集（一）——构建FP树](#)

» 下一篇: [FP-growth算法发现频繁项集（二）——发现频繁项集](#)

posted on 2017-09-07 05:49 我是8位的 阅读(2751) 评论(1) 编辑 收藏 举报

[刷新评论](#) [刷新页面](#) [返回顶部](#)

登录后才能查看或发表评论, 立即 [登录](#) 或者 [逛逛](#) [博客园首页](#)

- 【推荐】华为 HWD 2022 故事征集，分享最打动你的科技女性故事
- 【推荐】华为开发者专区，与开发者一起构建万物互联的智能世界

广告 X

想要稳定的梯子?

可能是您用过最优秀的梯子

dualnet.io

打开

编辑推荐:

- 革命性创新，动画杀手铜 @scroll-timeline
- 戏说领域驱动设计（十二）—— 服务
- ASP.NET Core 6框架揭秘实例演示[16]：内存缓存与分布式缓存的使用
- .Net Core 中无处不在的 Async/Await 是如何提升性能的？
- 分布式系统改造方案 —— 老旧系统改造篇

#她的梦想在发光#

HWD科技女性故事有奖征集

活动时间: 2022年3月8日-3月18日

最新新闻:

- 乔布斯的创业搭档：他缺乏工程师才能，不得不锻炼营销能力来弥补
 - 美国大厂码农薪资曝光：年薪18万美元，够养家，不够买海景房
 - 两张照片就能转视频！Google提出FLIM帧插值模型
 - Android 再推“杀手级”功能，可回收 60% 存储空间
 - 溺在理财暴雷潮的投资人：本金63万，月兑25元不够卖菜
- » 更多新闻...

Powered by:

博客园

Copyright © 2022 我是8位的

Powered by .NET 6 on Kubernetes